1. **Множество натуральных чисел, множество целых неотрицательных чисел.**Натуральные числа (N) (1, 2, 3, 4, 5, и т.д… )  
   Неотрицательные числа (N--) ( 0, 1, 2, 3, 4, 5 и т.д)
2. **Множество целых чисел, множество рациональных чисел**Целые числа (Z) (… -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, …)

Рациональные числа (Q) (- дробь, 0, + дробь)

1. **Множество действительных чисел, множество комплексных чисел**Действительные (R) ( все -, 0, все +)  
   Комплексные (C) (x+yi) (+, -, \*, /)
2. **Соотношение между основными числовыми множествами(суперпозиция)**f o g = f(g(x))  
   g o f = g(f(x))
3. **Виды числовых промежутков**Интервал (a; b)  
   Отрезок [a; b]

Полуинтервалы [a; b) / (a; b]  
Луч [a; +∞) (-∞; b]  
Открытый луч (a; +∞) (-∞; b)

1. **Окрестности точки x0, проколотая окрестность**Окрестностью действительной точки x0 называется любой открытый интервал, содержащий эту точку  
   Проколотой окрестностью точки x0 называется окрестность этой точки, из которой исключили саму точку x0.
2. **Определение функции**

Функцией y = f(x) называется закон (правило, отображение), согласно которому, каждому элементу x множества X ставится в соответствие один и только один элемент y множества Y.

1. **Область определения функции, множество значений функции.**

Область определения функции — множество всех значений аргумента

Множество значений функции — множество, состоящее из всех значений, которые принимает функция.

1. **Способы задания функции.**

Аналитический способ — это способ задания функции с помощью формулы.  
Табличный способ — это способ задания функции с помощью таблицы со значениями.

Графический способ — это способ задания функции с помощью графика. В этом случае аргумент является абсциссой точки, а значение функции, соответствующее данному аргументу, ординатой.

1. **Четность/нечетность фунции**  
   Функция называется четной, если:

1) область определения функции симметрична относительно нуля, т.е. для любого x, принадлежащего области определения, -x также принадлежит области определения;

2) при замене значения аргумента x нa противоположное -x значение функции не изменится, т.е. f(-x)=f(x) для любого x из области определения функции.  
Функция называется нечетной, если:

1) область определения функции симметрична относительно нуля, т.е. для любого x, принадлежащего области определения, -x также принадлежит области определения;

2) f(-x)=-f(x) для любого x из области определения функции.

**11.** **Возрастание, неубывание, убывание, невозрастание функции на множестве.**

Функция y = f(x), определенная на промежутке Х, называется возрастающей на этом промежутке, если для любой пары чисел х1 и х2 из этого промежутка из неравенства х1<х2 следует неравенство f(x1)>f(x2)

Функция y = f(x), определенная на промежутке Х, называется убывающей на этом промежутке, если для любой пары чисел х1 и х2 из этого промежутка из неравенства x2>x1 следует неравенство f(x2)<f(x1)

**12. Монотонность функции, строгая монотонность, интервалы монотонности**

Если функция f(x) дифференцируема на интервале (a,b) и является возрастающей/невозрастающей/убывающей/неубывающей, то такая функция называется монотонной на данном интервале.

Строгая монотонность при строгом неравенстве ( f(x1) < f(x2) )  
Интервалы, в которых функция возрастает или убывает называются интервалами монотонности.

Интервал монотонности – [a; b] на котором функция монотонна

**13. Ограниченность функции на множестве**Функция y=f(x), определенная на множестве X, называется ограниченной, если множество её значений ограниченно как сверху, так и снизу.  
Функция y=f(x), определенная на множестве X, называется ограниченной сверху, если множество её значений ограниченно сверху.  
Функция y=f(x), определенная на множестве Х, называется ограниченной снизу, если множество её значений ограниченно снизу.

**14. Периодичность функции, период**Функция y=f(x) называется периодической, если существует такое число T, не равное нулю, что для любого x из ее области определения f(x + T) = f(x).  
Как найти период функции вида y=Af(kx+b), где A, k и b — некоторые числа? Поможет формула периода функции

T1 = , где T — период функции y=f(x).

**15.** **Обратная функция.**

Обра́тная фу́нкция — функция, обращающая зависимость, выражаемую данной функцией. Например, если функция от x даёт y, то обратная ей функция от y даёт x. Обратная функция f обычно обозначается

**16. Сложная функция**Сложная функция – функция от функции. Если z – функция от у, т.е. z(y), а у, в свою очередь, – функция от х, т.е. у(х), то функция f(x) = z(y(x)) называется сложной функцией (или композицией, или суперпозицией функций) от х.

**17. Параметрически заданная функция**Зависимость между аргументом x и функцией y может быть задана в параметрическом виде с помощью двух уравнений

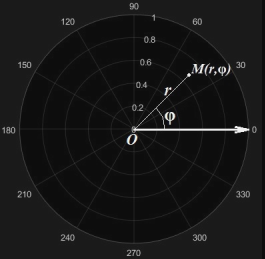
где переменная t называется параметром.  
Область изменения параметра определяется как пересечение максимально возможных областей определения функций x = x(t), y = y(t). Исключение параметра t из системы (если оно возможно) приводит к уравнению, связывающему x и y, т.е. к уравнению вида f(x, y) = 0.

**18. Задание функции в полярных координатах**  
Полярная система координат задается лучом, который называется нулевым или полярной осью. Точка O, из которой выходит этот луч, называется началом координат или полюсом.

Каждая точка на плоскости определяется двумя полярными координатами: полярным радиусом и полярным углом.

Полярный радиус (r) соответствует расстоянию от точки до начала координат. Полярный радиус может принимать значения от нуля до бесконечности (r ∈ [0, ∞)).

Полярный угол (ϕ) - угол, на который следует повернуть полярную ось для того, чтобы ее направление совпало с направлением вектора OM~ (при этом ϕ > 0, если поворот осуществляется против часовой стрелки, ϕ< 0 в противном случае).



**19. Числовая последовательность**Числовая последовательность – это числовая функция (f), которая определена на множестве натуральных чисел (n).Числа, записанные в последовательности, называются членами последовательности. Обычно их обозначают маленькими буквами, например, a1,a2,a3...an..., где индекс 1,2,3,4...n... после буквы a указывает на порядковый номер каждого члена последовательности.

**20**. **Общий член числовой последовательности.**

Если первый член арифметической прогрессии равен a1, а разность равна d, то общий член арифметической прогрессии записывается с помощью такой формулы:

Если первый член геометрической прогрессии равен b1, а знаменатель равен q, то общий член геометрической прогрессии задаётся такой формулой:

**21. Ограниченная/неограниченная последовательность, в том числе сверху/снизу.**

Последовательность xn называется ограниченной, если она ограниченная сверху и ограниченная снизу, то есть существует такое число M>=0 , что для любого номера n, |xn|<=M.

Последовательность называется неограниченной, если существует такое число M>=0 , что существует такой номер n, что |xn|>=M

Последовательность xn называется ограниченной сверху, если существует такое число M, что для любого номера n, xn<=M

Последовательность xn называется ограниченной снизу, если существует такое число M, что для любого номера n, xn>=M

**22.** **Возрастающая, неубывающая, убывающая, невозрастающая последовательность**

для любого номера n = 1, 2, … выполняется неравенство (неубывающая последовательность)  
для любого номера n = 1, 2, … выполняется неравенство (невозрастающая последовательность).

**23. Монотонная, постоянная последовательность**

Последовательность называется монотонной, если она является неубывающей, либо невозрастающей.

Последовательность называется строго монотонной, если она является возрастающей, либо убывающей.

Постоянная – последовательность, состоящая из 0 и 1

**24. Предел последовательности**

Предел последовательности – это такое число a, если для любого положительного числа ε существует такое натуральное число Nε, зависящее от ε, что для всех натуральных n>Nε выполняется неравенство:

|xn – a| < ε.

Здесь xn – элемент последовательности с номером n.

Предел последовательности обозначается так:

**25. Сходящаяся/расходящаяся последовательность.**

Последовательность, которая имеет предел, называется сходящейся; иначе - расходящейся.

**26. Бесконечно малая и бесконечно большая последовательности**

Бесконечно малая — числовая функция или последовательность, стремящаяся к нулю.

Бесконечно большая — числовая функция или последовательность, стремящаяся к бесконечности определённого знака.

**27. Предельный переход в неравенствах для 2 последовательностей**

Арифметические операции над сходящимися последовательностями приводят к таким же арифметическим операциям над их пределами.  
Теорема. Если элементы сходящейся последовательности {xn}, начиная с некоторого номера, удовлетворяют неравенству xn ≥ b (xn ≤ b), то и предел a этой последовательности удовлетворяет неравенству a ≥ b (a ≤ b).

**28. Предельный переход в неравенствах для трех последовательностей ( правило двух милиционеров)**

Если и существует номер n0 € N , что для любого n >= n0 выполняется неравенство , то последовательность {zn} сходится, причем

**29. Теорема Вейерштрасса о монотонности ограниченной последовательности.**

Теорема Вейерштрасса. (Основная теорема теории последовательностей).

Если последовательность {xn} является нестрого возрастающей (нестрого убывающей) и {xn} ограничена сверху (снизу), то {xn} является сходящейся.

Данную теорему можно сформулировать немного иначе - Любая монотонная и ограниченная последовательность имеет предел.

**30. Следствие теоремы Вейерштрасса**

**31. Предел функции в точке (определение на языке последовательностей)**

Значение A называется пределом (предельным значением) функции f(x) в точке x0, если для любой последовательности точек {xn}, сходящейся к x0, но не содержащей x0 в качестве одного из своих элементов (то есть в проколотой окрестности x0), последовательность значений функции {f(xn)} сходится к A.

Окрестностью точки x0 называется любой интервал с центром в этой точке.

--/------------------------/-------------------------/---🡪

X0-E x0 x0+E

**32. Предел функции в точке (определение по Коши)**

Значение A называется пределом функции f(x) в точке x0, если для любого положительного числа E подобрать соответствующее ему положительное число b = b(E) такое, что для всех аргументов x, удовлетворяющих условию 0 < | x – x0 | < b, выполняется неравенство 0 <= |f(x) – A | < E, то есть |f(x) – A| < E.

**33.** **Односторонние пределы функции**  
Односторонний предел — предел числовой функции, подразумевающий «приближение» к предельной точке с одной стороны. Такие пределы называют соответственно левым и правым пределами.

**34. Связь между односторонними пределами функции и двусторонним пределом функции в точке**

Точка A∈R является двусторонним пределом функции f(x) в конечной точке a∈R тогда и только тогда, когда A является и левым и правым пределами этой функции в точке a,

limx→a+0f(x)=limx→a−0f(x)=A⇔limx→af(x)=A

**35. Предел функции при х->∞ (определение)**

Число A является пределом функции f(x) при x → ∞, если последовательность ее значений будет сходиться к A для любой бесконечно большой последовательности аргументов (отрицательной или положительной).

При x → ∞ предел функции f(x) является бесконечным, если последовательность значений для любой бесконечно большой последовательности аргументов будет также бесконечно большой (положительной или отрицательной).

**36. Бм и бб функции**

Бесконечно малая — числовая функция или последовательность, стремящаяся к (пределу которой равен) нулю.

Бесконечно большая — числовая функция или последовательность, стремящаяся к (предел которой равен) бесконечности определённого знака.

**37. Свойства бмф**

1)Алгебраическая сумма конечного числа бесконечно малых функций есть бесконечно малая функция.

2)Произведение бесконечно малых — бесконечно малая.

3)Произведение бесконечно малой последовательности на ограниченную — бесконечно малая. Как следствие, произведение бесконечно малой на константу — бесконечно малая.

4)Если an — бесконечно малая последовательность, сохраняющая знак, то bn = 1/an — бесконечно большая последовательность.

**38. Свойства пределов функций (сумма, разность, произведение)**

Предел суммы

Предел суммы двух функций равен сумме пределов этих функций:

Lim x→a ([f(x)+g(x)]) = lim x→a (f(x)) + lim x→a (g(x)).

Аналогично предел разности двух функций равен разности пределов этих функций.

Предел произведения

Предел произведения двух функций равен произведению пределов этих функций (при условии, что последние существуют):

Lim x→a ([f(x)g(x)]) = lim x→a (f(x))⋅lim x→a (g(x)).

**39. Свойства пределов функций (частное, предел степени с натуральным показателем, предел числа, умноженного на функцию)**

Предел частного двух функций равен частному их пределов, при условии, что предел знаменателя не равен нулю:

Предел степени с натуральным показателем равен степени предела:

Постоянный коэффициент можно выносить за знак предела:

**40. Первый замечательный предел**

Первый замечательный предел

**41. Следствия первого замечательного предела**

**42. Второй замечательный предел**

**43. Основные эквивалентности**

**Sin(a(x)) ~ a(x)**

**Tg(a(x)) ~ a(x)**

**Arcsin(a(x)) ~ a(x)**

**Arctg(a(x)) ~ a(x)**

**1 – cos(a(x)) ~**

**Ln(1+a(x)) ~ a(x)**

**~ a(x)lna**